

1. Дана функция $f(x) = |4 - 4|x|| - 2$. Сколько решений имеет уравнение $f(f(x)) = x$?
2. Дан набор, состоящий из 100 различных чисел таких, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что произведение чисел в наборе положительно.
3. Даны натуральные числа m и n . Докажите, что число $2^n - 1$ делится на число $(2^m - 1)^2$ тогда и только тогда, когда число n делится на число $m(2^m - 1)$.
4. Все вершины треугольника ABC лежат внутри квадрата K . Докажите, что если все их отразить симметрично относительно точки пересечения медиан треугольника ABC , то хотя бы одна из полученных трех точек окажется внутри K .
5. Рассматриваются 2000 чисел: 11, 101, 1001, ... Докажите, что среди этих чисел не менее 99% составных.
6. Окружность S с центром O и окружность S' пересекаются в точках A и B . На дуге окружности S , лежащей внутри S' , взята точка C . Точки пересечения AC и BC с S' , отличные от A и B , обозначим E и D соответственно. Докажите, что прямые DE и OC перпендикулярны.
7. На плоскости даны $n > 1$ точек. Двое по очереди соединяют еще не соединенную пару точек вектором одного из двух возможных направлений. Если после очередного хода какого-то игрока сумма всех нарисованных векторов нулевая, то выигрывает второй; если же очередной ход невозможен, а нулевой суммы не было, то выигрывает первый. Кто выигрывает при правильной игре?
8. На встречу выпускников пришло 45 человек. Оказалось, что любые двое из них, имеющие одинаковое число знакомых среди пришедших, не знакомы друг с другом. Какое наибольшее число пар знакомых могло быть среди участвовавших во встрече?