

1. Можно ли расставить на клетчатой доске  $16 \times 16$  полный комплект для игры в "морской бой" (1 кораблик  $1 \times 4$ , 2 кораблика  $1 \times 3$ , 3 кораблика  $1 \times 2$  и 4 кораблика  $1 \times 1$ ) так, чтобы в каждой вертикали и в каждой горизонтали хотя бы одна клетка была занята?
2. Можно ли выбрать 21 различное натуральное число, меньшее 100, так, чтобы сумма любых пяти из выбранных чисел делилась на 5?
3. По окружности расставлены 11 попарно различных чисел. Вася подсчитал все суммы пяти подряд идущих чисел. Докажите, что у него получилось не менее четырёх разных значений.
4. В комнате находятся 10 человек. Каждый из них либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Один из них сказал: "Среди нас есть хотя бы один лжец". Второй сказал: "Количество лжецов в этой комнате делится на 2". Третий сказал: "Количество лжецов в этой комнате делится на 3". ...Десятый сказал: "Количество лжецов в этой комнате делится на 10". Сколько лжецов может быть в комнате? Найдите все возможности и докажите, что других возможностей нет.
5. Цифры от 0 до 9 выписали в строчку так, что среди любых трех подряд идущих цифр сумма каких-то двух равна 7. Чему может быть равна сумма первой и последней цифр?
6. Докажите, что любое натуральное число, большее 5, можно представить как сумму простого числа и составного.
7. Существуют ли 19 последовательных натуральных чисел, сумма которых делится на 87?
8. Найдите наименьшее натуральное число, произведение цифр которого больше 1500.