

Вступительные задачи, 7–8 класс

1. Есть 1000 яблок, которые надо разложить в 10 пакетов по 100 яблок в каждом. Оказалось, что при любой такой раскладке найдутся хотя бы два пакета одинакового веса. Докажите, что найдется 200 яблок одинакового веса.
2. Квадрат разбит на несколько прямоугольников одинакового периметра. Одна из его диагоналей пересекает все эти прямоугольники. Докажите, что тогда и другая его диагональ пересекает все эти прямоугольники.
3. Внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ взята точка O . Докажите, что выполняется хотя бы одно из неравенств: $OA < AB$, $OB < BC$, $OC < CD$, $OD < DA$.
4. Написанное на доске число можно умножить или разделить на $\frac{5}{6}$ или $\frac{9}{10}$. Можно ли из 1 получить другое целое число?
5. В трапеции $ABCD$ диагональ BD перпендикулярна боковой стороне AB и $AB = BC = BD$. Докажите, что $CD = CO$ (O – точка пересечения диагоналей).
6. Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Федота Бурчеева, который, будучи не в духе, некоторым пожал руку, а некоторым – нет. Всего было сделано 197 рукопожатий. Сколько рукопожатий сделал Федот?
7. Двое по очереди проводят на плоскости прямые линии, причем запрещается проводить одну прямую дважды и проводить прямую через точку пересечения уже проведенных прямых. Проигрывает тот, после хода которого число точек пересечения проведенных прямых впервые станет большим или равным 5. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто проводит первую прямую, или его партнер?
8. Найдите все такие натуральные значения n , что числа $n + 19$ и $n + 96$ являются точными квадратами.