

1. Можно ли из полосок  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ , ...,  $1 \times 13$  сложить прямоугольник со сторонами больше 1?
2. В корзине лежит несколько шариков. Петя сказал: "В корзине меньше пяти шариков". Вася сказал: "В корзине меньше шести шариков". Миша сказал: "В корзине меньше семи шариков". Коля сказал: "В корзине меньше восьми шариков". Оказалось, что двое из них сказали правду, а двое – неправду. Сколько шариков могло быть в корзине? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.
3. Бизнесмен Борис Михайлович хочет купить Дворец Юных и превратить его в Торговый центр. Официальная цена Дворца – 10 000 000 000 рублей. Но бизнесмен обнаружил, что если дать взятку в размере 1 000 000 руб, то цена Дворца уменьшается вдвое (например, после двух взяток цена дворца уменьшится в 4 раза). Какое количество взяток должен дать бизнесмен, чтобы купить Дворец с наименьшими затратами?
4. В классе 30 учеников. Они сидят за 15 партами так, что ровно половина всех девочек класса сидят с мальчиками. Докажите, что их не удастся пересадить (за те же 15 парт) так, чтобы ровно половина всех мальчиков класса сидели с девочками.