

Матбой №1ABC

1. В клетки квадрата 3×3 записаны числа от 1 до 9 (все числа взяты по одному разу). Могут ли суммы чисел во всех строках и столбцах быть простыми числами?

Ответ: могут.

Решение. Пример на рисунке. Примеры могут быть другими.

1	2	4
7	3	9
5	8	6

2. Доктор Айболит взвешивает на своих весах воробьев и ласточек. 4 воробья оказались тяжелее 6 ласточек. Когда доктор Айболит поменял местами одного воробья и одну ласточку, то веса сравнялись. Сколько весит воробей и сколько ласточка, если общий вес 4 воробьев и 6 ласточек равен 266 г? (Все воробьи весят одинаково, и все ласточки весят одинаково).

Ответ: ласточка – 19 г, воробей – 38 г.

Решение. Из условия: $3В + 1Л = 1В + 5Л$ и $4В + 6Л = 266$. Тогда $2В = 4Л$ или $В = 2Л$. Подставим во второе равенство: $8Л + 6Л = 266$, тогда $Л = 19$. Тогда $В = 38$.

3. Маша и Саша играют в настольную игру. Они по очереди кидают по три кубика (на каждой точке от 1 до 6) и ходят вперед на столько клеток, сколько выпало в сумме на трех кубиках. Маша кидает первая. В какой-то момент игры (после хода Маши или Саши) Маша продвинулась вперед на 14 клеток, а Саша на 46 клеток. Могла ли Маша выбросить шестерку хотя бы один раз на одном из кубиков?

Ответ: могла.

Решение. За один бросок можно получить от 3 до 18 очков. Тогда Саша сделал не меньше 3 бросков ($2 \cdot 18 = 36 < 46$), тогда и Маша сделала не меньше трёх бросков, так как бросала раньше Саши. Возможные броски Маши $1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 6$. Возможные Броски Саши – любые, дающие в сумме 46 очков. Если приведён правильный набор бросков, при котором у Маши выпадает шестерка – это можно считать решением.

4. Может ли произведение нескольких последовательных натуральных чисел оканчиваться на 5678?

Ответ: не может.

Решение. Докажем, что последняя цифра не может быть 8. Если чисел два, то последняя цифра определяется по таблице (как остаток от произведения):

Последняя цифра первого числа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Последняя цифра произведения	0	2	6	2	0	0	2	6	2	0

Если чисел три, то последняя цифра определяется по таблице:

Последняя цифра первого числа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Последняя цифра произведения	0	6	4	0	0	0	6	4	0	0

Если чисел четыре, то последняя цифра определяется по таблице:

Последняя цифра первого числа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Последняя цифра произведения	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0

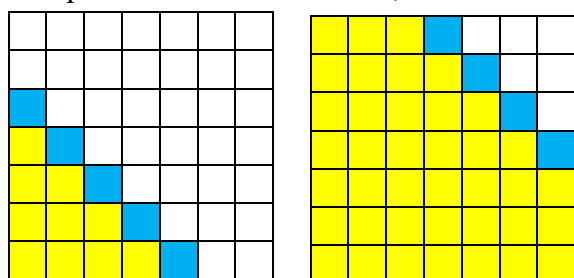
Если чисел 5 – то последняя цифра всегда 0.

5. На клетчатой плоскости закрашена центральная клетка квадрата 13×13 . Каждую минуту закрашиваются все клетки, граничащие по стороне с уже закрашенной клеткой. Через какое наименьшее время квадрат будет полностью закрашен?

Ответ: через 12 минут.

Решение. Рассмотрим клетки, лежащие правее и выше центральной клетки. В этом квадрате 7×7 есть 13 параллельных диагоналей, в том числе из 1 клетки. Очевидно, что заполнение такого квадрата не

зависит от заполнения остальной части и заполнение всех таких квадратов закончится одновременно. Каждая следующая диагональ заполняется только на следующем ходе и заполняется полностью. Поэтому через 12 минут весь квадрат 7×7 , а значит, весь первоначальный квадрат, будут заполнены.



6. Прямоугольник, состоящий из целого числа клеток, называется «красивым», если одна сторона на 3 единицы больше другой. Можно ли в прямоугольник 7×15 клеток поместить без наложений 26 «красивых» прямоугольников?

Ответ: можно.

Решение. Самый маленький из возможных прямоугольников 1×4 . Тогда площадь всех прямоугольников не меньше, чем $4 \times 26 = 104$ клетки. В прямоугольнике $7 \times 15 = 105$ клеток. Значит, если можно поместить 26 прямоугольников, то все они 1×4 и остается 1 клетка. Пример такого разрезания (примеры могут быть другими):

