

### Матбой №3D

1. Вася перекрасил шахматную доску  $8 \times 8$  так, что на ней 7 клеток покрашены в чёрный цвет, остальные покрашены в белый цвет. Найдите наибольшее натуральное число  $k$  такое, что на доске гарантированно существует прямоугольник из белых клеток площади  $k$  при любом расположении чёрных клеток.
2. В гандбольном турнире в один круг (каждая команда играет с каждой ровно 1 раз) приняли участие 16 команд. За победу начислялось 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков. Все команды набрали разное количество очков, при этом команда, занявшая 7 место, набрала 21 очко. Могла ли команда, занявшая первое место, сыграть ровно два раза вничью?
3. В треугольнике  $ABC$  с углом  $\angle ABC = 120^\circ$  биссектрисы пересекаются в точке  $I$ . На продолжениях сторон  $AB$  и  $CB$  за точку  $B$  отмечены, соответственно, точки  $P$  и  $Q$  таким образом, что  $AP = CQ = AC$ . Найдите величину  $\angle PIQ$ .
4. За круглым столом сидят 11 человек, у каждого из которых в правой руке стакан лимонада. В некоторые моменты времени люди чокаются, соблюдая следующие правила: а) человек не может одновременно чокаться с двумя другими, б) руки чокающихся не должны скрещиваться. После какого наименьшего количества чоканий может оказаться, что каждые два человека уже чокались друг с другом?
5. Найдите остаток от деления числа  $n(n + 1)(n + 2)$  на число  $n - 1$  при натуральном  $n > 1$ .
6. Натуральное число с чётным количеством цифр называется *корректным*, если, записывая его цифры одну за другой, мы получаем корректное описание самого числа, то есть каждая цифра на нечётном месте показывает, сколько раз в числе встречается цифра, записанная на следующем месте. Например, 1210 и 151031 – *корректные* числа, а число 1031 не является *корректным*. Докажите, что *корректных* чисел больше 2021.

### Матбой №3D

1. Вася перекрасил шахматную доску  $8 \times 8$  так, что на ней 7 клеток покрашены в чёрный цвет, остальные покрашены в белый цвет. Найдите наибольшее натуральное число  $k$  такое, что на доске гарантированно существует прямоугольник из белых клеток площади  $k$  при любом расположении чёрных клеток.
2. В гандбольном турнире в один круг (каждая команда играет с каждой ровно 1 раз) приняли участие 16 команд. За победу начислялось 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков. Все команды набрали разное количество очков, при этом команда, занявшая 7 место, набрала 21 очко. Могла ли команда, занявшая первое место, сыграть ровно два раза вничью?
3. В треугольнике  $ABC$  с углом  $\angle ABC = 120^\circ$  биссектрисы пересекаются в точке  $I$ . На продолжениях сторон  $AB$  и  $CB$  за точку  $B$  отмечены, соответственно, точки  $P$  и  $Q$  таким образом, что  $AP = CQ = AC$ . Найдите величину  $\angle PIQ$ .
4. За круглым столом сидят 11 человек, у каждого из которых в правой руке стакан лимонада. В некоторые моменты времени люди чокаются, соблюдая следующие правила: а) человек не может одновременно чокаться с двумя другими, б) руки чокающихся не должны скрещиваться. После какого наименьшего количества чоканий может оказаться, что каждые два человека уже чокались друг с другом?
5. Найдите остаток от деления числа  $n(n + 1)(n + 2)$  на число  $n - 1$  при натуральном  $n > 1$ .
6. Натуральное число с чётным количеством цифр называется *корректным*, если, записывая его цифры одну за другой, мы получаем корректное описание самого числа, то есть каждая цифра на нечётном месте показывает, сколько раз в числе встречается цифра, записанная на следующем месте. Например, 1210 и 151031 – *корректные* числа, а число 1031 не является *корректным*. Докажите, что *корректных* чисел больше 2021.