

8 класс

1. По кругу написано 100 различных чисел. Докажите, что среди них найдутся три числа a , b , c , идущие подряд и такие, что $b(a - c) > 0$.
2. Каждая точка плоскости покрашена в один из k цветов так, что на каждой прямой встречаются точки не более чем двух цветов. При каком наибольшем k это возможно?
3. Докажите, что шесть чисел являются попарными суммами некоторых четырех чисел тогда и только тогда, когда совокупность точек, соответствующих этим числам на числовой оси, имеет центр симметрии.
4. В треугольнике ABC точка D – середина стороны AB , а точка E – середина отрезка CD . Докажите, что если $\angle CAE = \angle BCD$, то $AC = CD$.
5. Число представлено как сумма 99 различных простых чисел. Докажите, что его можно представить как сумму 100 различных составных чисел.
6. Три числа a , b , c подобраны так, что выполняется равенство $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. Докажите, что для этих чисел выполнено равенство $\frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} = 3$.
7. Решите уравнение $x \times [x \times [x \times [x]]] = 88$ в положительных вещественных числах.
8. В стране Элении n жителей. Они объединяются в кружки по интересам. В каждом кружке ровно три человека, при этом любые двое одновременно состоят ровно в одном кружке. Докажите, что n при делении на 6 дает в остатке либо 1, либо 3.

В каждой задаче, где требуется отыскать ответ, следует найти все возможные ответы и доказать, что других нет. Если в задаче нужно найти наименьшее значение какой-то величины, то, кроме ответа, нужно предъявить пример, когда величина принимает такое значение, и доказать, что меньше она быть не может. Рассуждения в решении должны быть проведены полностью, а утверждения – обоснованы.