

### 5 класс

1. На доске написано 82 различных двузначных числа. Докажите, что из них можно выбрать два, произведение которых делится на 100.
2. По кругу расположены 9 островов, на одном из них стоит замок. Между любыми двумя соседними по кругу островами построен мост. Найдите количество маршрутов, начинающихся и заканчивающихся на острове с замком, и проходящих по каждому мосту ровно два раза.
3. Среди 300 человек есть 100 Петь, 100 Коль и 100 Вась. После того, как каждому задали вопрос, как его зовут, получилось 100 ответов "Петя", 100 ответов "Коля" и 100 ответов "Вася". Известно, что ровно 80 Петь и ровно половина Коль всегда лгут, а остальные Пети и Коли всегда говорят правду. Какое наибольшее число Вась могут быть кристально честными?
4. Можно ли числа от 1 до 10 расставить в строку в таком порядке, чтобы сумма любых двух подряд стоящих чисел (кроме суммы двух последних) делилась на следующее за ними число?
5. На доске написаны числа от 1 до 100. Вася и Петя по очереди вычеркивают написанные числа, начинает Вася. Тот, после чьего хода все оставшиеся числа будут одновременно делиться на натуральное число, большее 1, или не вычеркнутым останется ровно одно число, проигрывает. Кто выиграет при правильной игре?
6. На плоскости проведено несколько красных, синих и зеленых прямых (прямые всех цветов присутствуют). Оказалось, что любая красная прямая пересекает ровно половину синих, а любая синяя – ровно половину зеленых. Докажите, что любая красная прямая пересекает ровно половину зеленых.
7. Из доски  $4 \times 100$  вырезали произвольную клетку. Докажите, что оставшуюся часть можно разрезать на уголки из трех клеток.
8. Болек и Лёлек по очереди (начинает Болек) складывают в копилку по одной карточке с ненулевой цифрой. После шести ходов копилка вскрывается, и если из всех имеющихся карточек Лёлек сможет составить число, кратное 7, то он выиграл, в противном случае выиграл Болек. Кто выигрывает при правильной игре и как ему играть?
9. На прямой стоят в ряд пять домов, причем в каждом живет разное число жителей. Соседями называются люди, живущие в одном или в соседних домах. Известно, что у каждого жителя ровно 20 соседей или ровно 30 соседей. Сколько жителей в среднем доме?